Srednja mješovita škola „ Žepče“

Žepče

ŠKOLSKO TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE

ZA II RAZRED

1. Izračunati vrijednost izraza

$$\frac{-[-3i(2-4i)-(2+4i)3i]^2}{(1-i)(1+i)^2-\left[\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i\right)-\frac{1+2i}{1-2i}\right]-4i}=$$

2. Za koju vrijednost realne varijable k je kvadratni trinom
   $kx^2-kx+k-3$
   potpuni kvadrat?

3. Riješiti datu jednačinu

$$\sqrt{4x^2+9x+5}-\sqrt{2x^2+x-1}=\sqrt{x^2-1}$$

4. Dokažite
   $a^{-n}(a^n-1)^{-1}-2(a^{2n}-1)^{-1}+a^{-n}(a^n+1)^{-1}=0, a\neq 0$

Mnogo uspjeha u radu!

Rješenja zadataka:

1. $\frac{-[-3i(2-4i)-(2+4i)3i]^2}{(1-i)(1+i)^2-\left[\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i\right)-\frac{1+2i}{1-2i}\right]-4i} =$

$$\frac{-\left[-6i+12i^2-6i-12i^2\right]^2}{2+2i-\left[\frac{(2-i)(1-2i)-(5+10i)}{5(1-2i)}\right]-4i} =$$

$$\frac{-144i^2}{2+2i-\frac{2-4i-i+2i^2-5-10i}{5-10i}-4i} =$$

$$\frac{144}{2+2i+\frac{15i+5}{5-10i}-4i} =$$

$$\frac{144}{2-2i+\frac{7i+1}{5-10i}} =$$

$$\frac{144(5-10i)}{(2-2i)(5-10i)+15i+5} =$$

$$\frac{144(5-10i)}{-5-15i} =$$

$$\frac{144(1-2i)}{-1-3i} \cdot \frac{-1+3i}{-1+3i} =$$

$$72 + 72i$$

2. Za koju vrijednost realne varijable k je kvadratni trinom $kx^2 - kx + k - 3$ potpuni kvadrat?

$$D = 0$$

$$(-k)^2 - 4 \cdot k \cdot (k-3) = 0$$

$$k^2 - 4k^2 + 12k = 0$$

$$-3k^2 + 12k = 0$$

$$3k(-k + 4) = 0$$

$k_1 = 0 \;\; k_2 = 4$

Rješenje $k_1 = 0$ odbacujemo, jer kvadratni koeficient mora biti različit od nule, tj. $k \neq 0$.

3. $\sqrt{4x^2 + 9x + 5} - \sqrt{2x^2 + x - 1} = \sqrt{x^2 - 1}$

D.P. $x \in \left(-\infty, -\frac{5}{4}\right] \cup [1, \infty)$

$$\sqrt{(x+1)(4x+5)} - \sqrt{(x+1)(2x-1)} = \sqrt{(x+1)(x-1)}$$

Podijelimo li cijelu jednačinu sa $\sqrt{x+1}$, $x \neq -1$ dobit ćemo

$$\sqrt{(4x+5)} - \sqrt{(2x-1)} = \sqrt{(x-1)}$$

Kvadriranjem posljednjeg izraza imamo:

$$-2\sqrt{8x^2 + 6x - 5} = -5x - 5$$

$$4(8x^2 + 6x - 5) = 25x^2 + 50x + 25$$

$$7x^2 - 26x - 45 = 0$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -\frac{9}{7}$$

Rješenje $x_1 = 5$ pripada definicionom području.

4. Dokazati da vrijedi:

$$a^{-n}(a^n - 1)^{-1} - 2(a^{2n} - 1)^{-1} + a^{-n}(a^n + 1)^{-1} = 0, a \neq 0$$

$$\frac{1}{a^n} \cdot \frac{1}{a^n - 1} - \frac{2}{a^{2n} - 1} + \frac{1}{a^n} \cdot \frac{1}{a^n + 1} = 0$$

$$\frac{1}{a^n} \cdot \frac{1}{a^n - 1} - \frac{2}{(a^n - 1)(a^n + 1)} + \frac{1}{a^n} \cdot \frac{1}{a^n + 1} = 0$$

$$\frac{a^n+1-2a^n+a^n-1}{a^n(a^n-1)(a^n+1)} = 0$$

$$0 = 0$$