Srednja mješovita škola „ Žepče“

Žepče

ŠKOLSKO TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE

ZA I RAZRED

1. U trokutu ABC vrijedi $\sphericalangle BAC = 120°$. Tačka D nalazi se unutar trokuta tako da vrijedi $\sphericalangle DBC = 2\measuredangle ABD$ i $\measuredangle DCB = 2\measuredangle ACD.$ Izračunaj veličinu ugla $\measuredangle BDC.$

2. Neka su u skupu cijelih brojeva definisane operacije * i Δ na ovaj način:
   Δ: $(\forall x, y \in Z)$ xΔy=5x-3y+2
   *: $(\forall x, y \in Z)$ x*y=4x+2y-5.
   Riješiti po x jednačinu (3Δx)*2=2*y, gdje je y rješenje jednačine (3*y)Δy=9.

3. Odredi parametar *a* tako da polinom $2x^3 + 3x^2 - 16x + a$ bude djeljiv binomom (x+3).

4. Riješiti jednačinu $|x - 1| - |3 - 2x| = 0$

Mnogo uspjeha u radu!

Rješenja zadataka:

1. U trokutu ABC vrijedi $\sphericalangle BAC = 120°$. Tačka D nalazi se unutar trokuta tako da vrijedi $\sphericalangle DBC = 2\measuredangle ABD$ i $\measuredangle DCB = 2\measuredangle ACD$. Izračunaj veličinu ugla $\measuredangle BDC$.

Posmatramo li $\triangle ABC$ imamo:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

Kako je $\alpha = 120°$ dobijemo

$$\alpha + \beta = 60°$$

Posmatramo li ΔBCD i iskoristimo li date podatke

$$\sphericalangle DBC = 2\measuredangle ABD \ \Rightarrow \sphericalangle DBC = \frac{2\alpha}{3}$$

$$\measuredangle DCB = 2\measuredangle ACD \Rightarrow \measuredangle DCB = \frac{2\beta}{3}$$

imamo:

$$\frac{2\alpha}{3} + \frac{2\beta}{3} + \sphericalangle D = 180°$$

$$\frac{2}{3}(\alpha + \beta) + \sphericalangle D = 180°$$

$$\frac{2}{3} \cdot 60° + \sphericalangle D = 180°$$

$$\sphericalangle D = 140°$$

2. Neka su u skupu cijelih brojeva definisane operacije * i Δ na ovaj način:
   Δ: $(\forall x, y \in Z)$ xΔy=5x-3y+2
   *: $(\forall x, y \in Z)$ x*y=4x+2y-5.
   Riješiti po x jednačinu (3Δx)*2=2*y, gdje je y rješenje jednačine (3*y)Δy=9.

Odredimo y:

$$(4 \cdot 3 + 2y - 5)\Delta y = 9$$

$$(7 + 2y)\Delta y = 9$$

$$5(7 + 2y) - 3y + 2 = 9$$

$$y = -4$$

Uvrštavanjem vrijednosti za y u prvu jednačinu dobit ćemo:

$$(3\Delta x) * 2 = 2 * (-4)$$

$$(5 \cdot 3 - 3x + 2) * 2 = 4 \cdot 2 + 2 \cdot (-4) - 5$$

$$(17 - 3x) * 2 = -5$$

$$4(17 - 3x) + 4 - 5 = -5$$

$$x = 6$$

3. Odredi parametar *a* tako da polinom $2x^3 + 3x^2 - 16x + a$ bude djeljiv binomom (x+3).

Ako bi dati polinomi bili djeljivi mora vrijediti:

$$2x^3 + 3x^2 - 16x + a = (x + 3)(px^2 + qx + t)$$

$$(x+3)(px^2+qx+t) = px^3+(3p+q)x^2+(3q+t)x+3t$$

Izjednačavanjem koeficijenata imamo:

$p = 2$

$3p + q = 3$

$q = -3$

$3q + t = -16$

$t = -7$

$a = -21$

4. Riješiti jednačinu $|x-1| - |3-2x| = 0$

$$|x-1| = \begin{cases} x-1, x \geq 1 \\ -(x-1), x < 1 \end{cases}$$

$$|3-2x| = \begin{cases} 3-2x, x \leq \frac{3}{2} \\ -(3-2x), x > \frac{3}{2} \end{cases}$$

Odredimo rješenja za intervale $(-\infty, 1], (1, \frac{3}{2}], (\frac{3}{2}, \infty)$

$1°\ \forall x \in (-\infty, 1]$

$1 - x - (3 - 2x) = 0$

$x = 2$

Dobijeno rješenje ne pripada D.P.

$2°\ \forall x \in (1, \frac{3}{2}]$

$x - 1 - (3 - 2x) = 0$

$x = \frac{4}{3}$

Dobijeno rješenje pripada D.P.

$3° \ \forall x \in \left(\frac{3}{2}, \infty\right]$

$x - 1 - (2x - 3) = 0$

$x = 2$

Dobijeno rješenje pripada D.P.